

- BAYESIAN STATISTICAL THEORY
- EXPONENTIAL FAMILIES STATISTICS

KK
MPM.13/05
Ani
2

**ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI EKSPONENSIAL
PADA DATA TERSENSOR *DOUBLE* TIPE II BERDASARKAN
DISTRIBUSI PRIOR GAMMA TERBALIK**

SKRIPSI



MILIK
PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA

ASTRI ANINDITA

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2004**

**ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI EKSPONENSIAL
PADA DATA TERSENSOR *DOUBLE* TIPE II BERDASARKAN
DISTRIBUSI PRIOR GAMMA TERBALIK**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Bidang Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Airlangga**

Oleh :

ASTRI ANINDITA
NIM : 080012148

Tanggal Lulus : 23 Desember 2004

Disetujui Oleh :

Pembimbing I



Drs. ARDI KURNIAWAN, M.Si
NIP. 132 230 977

Pembimbing II



NUR CHAMIDAH, S.Si, M.Si
NIP. 132 205 653

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI EKSPONENSIAL
PADA DATA TERSENSOR *DOUBLE* TIPE II
BERDASARKAN DISTRIBUSI PRIOR GAMMA TERBALIK

Penyusun : ASTRI ANINDITA

NIM : 080012148

Tanggal Ujian : 23 DESEMBER 2004

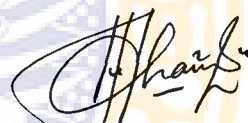
Disetujui Oleh :

Pembimbing I



Drs. ARDI KURNIAWAN, M.Si
NIP. 132 230 977

Pembimbing II

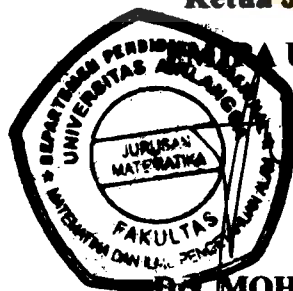


NUR CHAMIDAH, S.Si, M.Si
NIP. 132 205 653

Mengetahui :

Ketua Jurusan Matematika

Universitas Airlangga



Drs. MOH. IMAM UTOYO, M.Si
NIP. 131 801 397

Astri Anindita, 2004. *Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial Pada Data Tersensor Double Tipe II Berdasarkan Prior Gamma Terbalik*. Skripsi ini dibawah bimbingan Drs. Ardi Kurniawan, M.Si dan Nur Chamidah, S.Si, M.Si. Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk memperoleh estimasi parameter distribusi Eksponensial pada data tersensor double tipe II. Untuk mendapatkan estimasi tersebut digunakan Metode Bayesian yang berdasarkan distribusi prior Gamma Terbalik. Metode Bayesian ini berbeda dengan metode klasik yang umum digunakan.

Metode Bayes menggabungkan informasi dari sampel dan pengetahuan subyektif, yang biasa disebut distribusi prior, sehingga diperoleh informasi posterior yang dapat digunakan dalam pengambilan keputusan. Suatu sampel dikatakan tersensor double tipe II apabila percobaan gagal mengamati data ke- $(r-1)$ dan percobaan dihentikan setelah terjadi kegagalan pengamatan ke- $(n-s)$, sedemikian sehingga $(r-1)$ sampel terkecil serta $(n-s)$ sampel terbesar tersensor. Dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_{r-1}}_{\text{Disensor}}, \overbrace{X_r, X_{r+1}, \dots, X_s}^{\text{Diamati}}, \underbrace{X_{s+1}, X_{s+2}, \dots, X_n}_{\text{Disensor}}$$

Berdasarkan analisis statistik dengan menggunakan Metode Bayes, estimator parameter distribusi Eksponensial ini berbentuk $\frac{\{Fr[a+\xi(x), b+m-1]\}}{\{Fr[a+\xi(x), b+m]\}} \left\{ \frac{a+\xi(x)}{(b+m-1)} \right\}$,

dengan $Fr\{u, v\} = \sum_{j=0}^{v-1} (-1)^j \binom{v-1}{j} \left(1 + j \frac{u}{v}\right)^{-v}$, $m = s - r + 1$ dan $\xi(x) = \sum_{i=r}^s x_i + (n-s)x_s$.

Sedangkan interval kepercayaan $100(1 - \alpha) \%$ untuk μ yaitu $P(c_1 \leq \mu \leq c_2 | x) = 1 - \alpha$

dengan $S(c_1 | x) = \int_0^{c_1} h(\mu | x) d\mu = \alpha/2$ dan $S(c_2 | x) = \int_0^{c_2} h(\mu | x) d\mu = 1 - \alpha/2$. Penentuan nilai

c_1 dan c_2 digunakan pendekatan integrasi numerik yaitu Aturan *Simpson's (1/3)* dengan bantuan *software S-Plus*.

Hasil pendekatan pada kasus pertama diperoleh estimasi μ sebesar 20,4755577793316 menit dan Interval Kepercayaan μ didapatkan $13,544 \leq \mu \leq 21,027$. Sedangkan pada kasus kedua diperoleh estimasi μ sebesar 80,9384269948412 detik dan Interval Kepercayaan μ didapatkan $53,573 \leq \mu \leq 83,103$.

Kata Kunci: Metode Bayesian, Uji Hidup, Distribusi Eksponensial, Sampel Tersensor Double tipe II, Aturan *Simpson's (1/3)*.

Astri Anindita, 2004. The Parameter Estimation of Distribution Exponential of Type II Double Censored Data with Inverted-Gamma Prior. This Thesis is guided by Drs. Ardi Kurniawan, M.Si and Nur Chamidah, S.Si, M.Si. Mathematics Major Subject of Mathematics and Natural Science Faculty, Airlangga University.

ABSTRACT

The objective of this thesis is to get the parameter estimation of Distribution Exponential of Type II Double Censored Data with Inverted-Gamma Prior. To get the estimation used Bayesian Method with Inverted-Gamma prior distribution. Bayesian Method is different from Classical Methods, which is mostly used.

Bayes methods fuse the sample information and subjective knowledge that usually said the prior distribution. So it gets posterior information that can be used to make decision. A sample identified Double Censoring by type II if the observation fails to observe the $(r-1)$ data and the observation is terminated after the time of the $(n-s)$ failure, so that the $(r-1)$ smallest sample and also the $(n-s)$ biggest sample are censored. Following can depict it:

$$\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_{r-1}}_{\text{Densor}}, \overbrace{X_r, X_{r+1}, \dots, X_s}^{\text{Diamati}}, \underbrace{X_{s+1}, X_{s+2}, \dots, X_n}_{\text{Densor}}$$

Based on statistical analysis with Bayes Methods, The form of parameter estimator of distribution Exponential is $\left\{ \frac{Fr[a + \xi(x) \ b + m - 1]}{Fr[a + \xi(x) \ b + m]} \right\} \left\{ \frac{a + \xi(x)}{b + m - 1} \right\}$,

with $Fr\{u, v\} = \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} \left(1 + j \frac{u}{v}\right)^{-r}$, $m = s - r + 1$ and $\xi(x) = \sum_{i=r}^s x_i + (n-s)x_s$. While

Confidence Interval $100(1 - \alpha) \%$ for μ is $P(c_1 \leq \mu \leq c_2 | x) = 1 - \alpha$ with

$S(c_1 | x) = \int_0^{c_1} h(\mu | x) d\mu = \alpha/2$ and $S(c_2 | x) = \int_0^{c_2} h(\mu | x) d\mu = 1 - \alpha/2$. Determination c_1 and

c_2 value use integration numeric approach with *Simpson's (1/3)* rules and constructively with software *S-Plus*.

The result from the first cases obtained μ estimation is 20,4755577793316 minute and Confidence Intervals μ are $13,544 \leq \mu \leq 21,027$. While the second cases obtained μ estimation is 80,9384269948412 second and Confidence Intervals μ are $53,573 \leq \mu \leq 83,103$.

Key Words: Bayesian Methods, Lifetime, Exponential Distribution, Type II Double Censored Data, *Simpson's (1/3)* Rules.